3 Fundamentala krafter

För tillfället vet vi av bara fyra olika fundamentala krafter i universum:

- Gravitationskraften
- Elektromagnetiska kraften
- Starka växelverkan, orsak till att atomkärnorna hålls ihop
- Svaga växelverkan, spelar roll vid sönderfall av atomkärnor

Den starka och svaga växelverkningen kan man bara iaktta på mycket små avstånd. De tre sistnämnda krafterna kombineras till en enda (mycket komplicerad) kraft i den såkallade standardmodellen för partikelfysiken.

3.1 Gravitationskraften

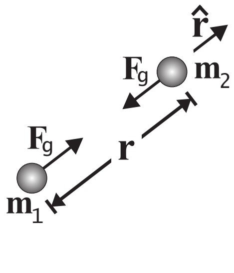
Bland de första frågorna inom fysik som frågades flera tusen år sedan var: Varför solen, månen och stjärnorna inte faller på oss. Senare frågade sig fysikerna att varför jorden kretsar runt solen. Gravitationen är förklaringen. Gravitationskraften är förutom kontaktkraften, den enda kraft som vi ser att påverkar oss i vardagen.

Sir Isaac Newton publicerade år 1687 sin berömda lag om gravitation: **Mellan alla materiepartiklar i universum finns det en attraktiv kraft som är proportionellt till produkten av massorna och inverst proportionellt till massornas avstånd i kvadrat**

Den attraktiva gravitationskraften mellan två massor med avståndet r från varandra är

$$\boxed{|\mathbf{F}_g| = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (95)}$$

där underindex g betyder att det är frågan om just gravitationskraften. G däremot är en experimentell parameter som kallas för *gravitationskonstanten*: G $\approx$ 6.67$\times 10^{-11}$ N$\cdot$ m^2/kg^2. För att bättre se kraftens vektoregenskap, ger vi formeln för kraften som massan m_2 känner från m_1



$$\boxed{\mathbf{F}_g = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \qquad (96)}$$

Eftersom månen är mycket närmare jorden än solen, är gravitationskraften mellan jorden och solen bara ca. 100 gånger större än kraften mellan jorden och månen. Märk att gravitationskraften mellan två människor en meter från varandra inte är noll utan ca. 30 μN.

Tabell 1: Gravitationskrafter mellan valda kroppar

Gravitationskraft	m_1	m_2	r (m)	N = kgm/s^2
Mellan solen och jorden	1.99×10^{30}	5.98×10^{24}	1.50×10^{11}	3.5×10^{22}
Mellan månen och jorden	7.34×10^{30}	5.98×10^{24}	3.84×10^{8}	2.0×10^{20}
Mellan människa och jorden (på jordytan)	70	5.98×10^{24}	6.38×10^{6}	686
Mellan två människor	70	70	1.0	3.3×10^{-7}
Mellan en proton och elektron i enväteatom	1.67×10^{-27}	9.11×10^{-31}	5.29×10^{-11}	4×10^{-47}

Nära jordytan har vi redan använt att $F = mg$, där gravitationsaccelerationen g $\approx$ 9.8 m/s^2. Denna formel fås egentligen från gravitationskraften på jordytan

$$F_{jordytan} = G\frac{M_J m}{R_J^2} = m\left[\frac{GM_J}{R_J^2}\right] = mg \;\Rightarrow\; g = \frac{GM_J}{R_J^2} \tag{97}$$

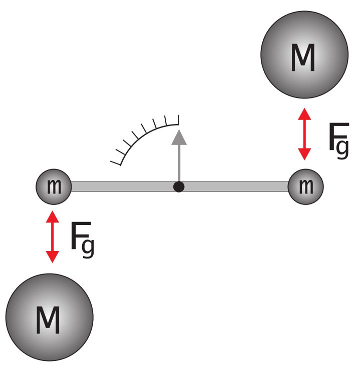
Denna approximation är ganska bra nära jordytan, då avståndet till jordens centrum inte ändrar nämnvärt. När en människa faller och accelereras mot jorden, så accelereras också jorden med samma kraft mot människan. Men eftersom jordens massa är så stor är dess acceleration obefintligt liten.

En sfärisk massdistribution som påverkar en annan massa, är detsamma som om hela massdistributions massa fanns i en punkt i centrum av massdistributionen.

Sfäriskt symmetriska kroppar är viktiga, eftersom planeter och stjärnor tenderar att vara sfäriska. Detta är på grund av att alla masspartiklar i en planet attraherar varandra och försöker komma så nära varandra som möjligt. Regel är att ju större himlakropp det är frågan om, ju slätare och mera sfärliknande är den.

Hur fick man första gången mätt *gravitationskonstanten* G i Newtons gravitationslag, se Ekv. (95)? Till denna mätning använde Henry Cavendish sin berömda mätapparat, se Fig. 21. Efter att G blivit bestämd, kunde man för första gången bestämma massan för jorden. Man mätte kraften F mellan jorden och ett föremål med massan m och löser ut jordens massa från gravitationsekvationen

$$M_J = \frac{F \cdot R_J^2}{G \cdot m} \approx \underline{\underline{6.0\times10^{24}\,kg}}$$



Figur 21: Henry Cavendish mätapparat för att mäta *gravitationskonstanten* G. Gravitationskraften mellan massiva blykulor och mindre massor får visaren att röra på sig.

Före Newton trodde man att krafterna för planetrörelse var något helt annat än krafterna som påverkar föremål här på jordytan. Newton däremot antog att det var just frågan om samma kraft, gravitationskraften, som bestämmer hur himlakropparna och föremål på jorden rör på sig. Hur kunde Newton "bevisa" att det är just gravitationskraften som orsakar planetrörelsen?

På basen av noggranna mätningar av Tycho Brahe, framlade Johannes Kepler i början av 1600 talet tre lagar om planetrörelsen av vilka en var

Förhållandet mellan planeternas omloppstid i kvadrat dividerat med deras medelavstånd i kubik är konstant för alla planeter.

Följande tabell visar att detta stämmer, där perioden runt solen och medelavståndet från solen för planeterna har givits med enheterna:
1 au = 1 astronomisk enhet, medelavståndet mellan solen och jorden $\approx 1.4957{\times}10^{11}$ m
1 år är omloppstiden för jorden att kretsa ett varv runt solen $\approx 3.156{\times}10^{7}$ s

Planet	Period (år)	Medelavståndet från solen (au)	$\mathbf{T^2/R^3}$ (år^2/au^3)
Merkurius	0.24	0.39	0.98
Venus	0.62	0.72	1.01
Jorden	1.00	1.00	1.00
Mars	1.88	1.52	1.01
Jupiter	11.8	5.20	0.99
Saturnus	29.5	9.54	1.00
Uranus	84.0	19.2	1.00
Merkurius	165	30.1	1.00

Sätter man Newtons gravitationslag lika med centripetalkraften får man

$$G\frac{M_s M_p}{R^2} = M_p \frac{v^2}{R}$$

där M_s är solens, respektive M_p planetens massa, R är medelavståndet mellan solen och planeten och v är medelfarten för planetens cirkelrörelse runt solen. För en nära cirkulär bana runt solen är $v = 2\pi R/T$, där T är perioden eller omloppstiden för planeten runt solen. Sätter vi in detta i kraftlikhetsekvationen får vi följande:

$$\begin{aligned} G\frac{M_s}{R} &= 4\pi^2 \frac{R^2}{T^2} \\ &\Rightarrow \\ \frac{T^2}{R^3} &= \frac{4\pi^2}{GM_s}. \end{aligned} \tag{98}$$

Newtons gravitations lag förklarar varför observationerna att förhållandet mellan planeternas omloppstid i kvadrat dividerat med deras medelavstånd i kubik är konstant för alla planeter.

3.1.1 Ekvivalensprincipen

Hur en kropp accelereras av en kraft ges av Newtons andra lag: $a = \frac{F}{m}$. Kroppar har alltså en egenskap kallad *tröghet* som gör att det är svårare att accelerera en kropp ju större dess massa är. Den tröga massan (eng. inertial mass) för kroppen kan alltså definieras som:

$$m_{trög} = \frac{F}{a}$$

Newtons gravitationslag ger att "gravitationsmassan" för en kropp ges av

$$m_{grav} = \frac{R^2 F_g}{GM},$$

där F_g är gravitationskraften mellan massorna m_{grav} och M på avståndet R från varandra. Dessa två olika egenskaper för en kropp $m_{trög}$ och m_{grav} har inget med varandra att göra, och ändå har mätningar visat att de inte skiljer sig ifrån varandra hur noggranna mätningar man än gör. Ekvivalensprincipen kallar man det experimentella faktum att de två olika massorna är lika

$$\boxed{m_{trög} = m_{grav} \qquad (99)}$$

Varför är en kropps dynamiska egenskap $m_{trög}$ lika med kroppens egenskap som bestämmer gravitationskraften med andra kroppar? Bl.a. denna fråga ledde till Einsteins allmänna relativitetsteori, där ekvivalensprincipen följer från egenskaperna för rymden.

3.1.2 Gravitationsfält

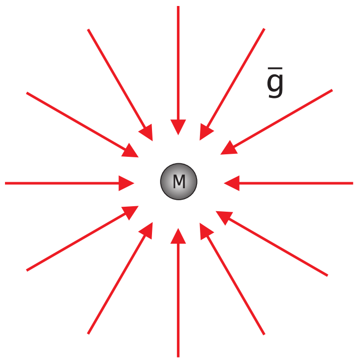
Ett problem med gravitationskraften är att den verkar mellan massor som befinner sig på nästan oändligt avstånd från varandra. Bildas en masspartikel, känner den en kraft ögonblickligen från alla andra masspartiklar i universum. Hur vet en masspartikel att en ny masspartikel många ljusår ifrån har uppstått? För att kringgå detta har man definierat begreppet gravitationsfält. Man antar att runt en kropp existerar ett gravitationsfält g så ifall man sätter dit en annan massa m, känner den en kraft: **F** = mg. Definitionen på gravitationsfältet vid punkten r ges då som

$$\boxed{\mathbf{g}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{F}(\mathbf{r})}{m} \qquad (100)}$$

På jordytan är gravitationskraften ungefär konstant och gravitationsfältet är $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ = g = konstant vektor ($\approx$ 9.8 m/s^2 nedåt). Radiella gravitationsfältet från en masspunkt med massan M är, se Figur 22.

$$\boxed{\mathbf{g}(\mathbf{r}) = -G\frac{M}{r^2}\hat{r} \qquad (101)}$$

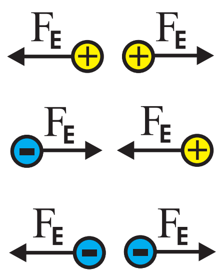
Sätter man en massa m i detta gravitationsfält, känner den en kraft: $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$



Figur 22: Det radiella gravitationsfältet som pekar mot en kropps centrum.

3.2 Elektromagnetiska kraften

Både gravitations- och den elektromagnetiska kraften har oändligt lång räckvidd. Gravitationskraften är alltid attraktiv, men den elektromagnetiska kraften kan vara antingen attraktiv eller repulsiv. I naturen har man observerat att stabila partiklar kan ha en egenskap kallad *elektrisk laddning*.



Partiklarna kan ha två olika sorts laddning, kallad **positiv** eller **negativ** laddning. Lika laddningar **repellerar** varandra och olika laddningar **attraherar** varandra.

Ifall vi har två laddningar q_1 och q_2 på ett avstånd r från varandra är den elektromagnetiska kraften, **Coulombs lag** mellan dessa partiklar

$$\boxed{\mathbf{F}_E = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (102)}$$

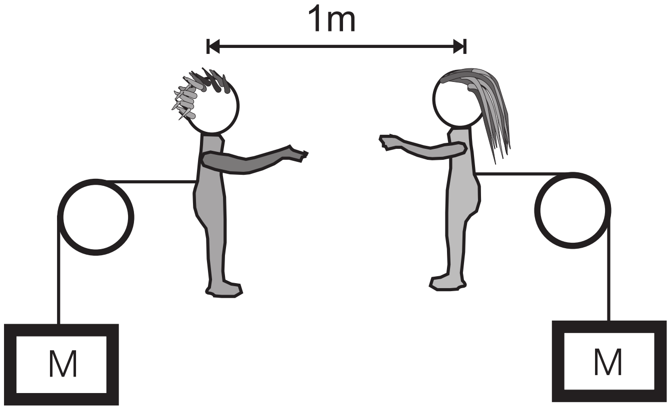
där ϵ är **mediets permittivitet**. I vakuum har vi permittiviteten $\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12}$ $C^2/N \cdot m^2$. En användbar konstant är

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9.0 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$$

Den mest fundamentala enhetsladdningen hittar man hos en elektron och en proton, vilket beskrivs med bokstaven **e**. Det approximativa värdet för enhetsladdningen är e=*1.6022* $\times 10^{-19}$ C, där C står för förkortningen *Coulomb*.

För att förstå hur stark den elektromagnetiska kraften är, skall vi göra en approximativ jämförelse mellan denna kraft och gravitationskraften.

Exempel: Anta att vi har en pojke och en flicka 1 m från varandra, och pojken har 1 mg extra protoner i sig, och flickan en motsvarande antal extra elektroner. Hur stora massor måste vi hänga i repen, för att gravitationskraften på jordytan skall balansera den elektromagnetiska kraften?



Massan för en proton $\approx 2\times10^{-27}$ kg $\rightarrow$ 1 mg motsvarar$\times10^{-6}$/2$\times10^{-27}\approx 5\times10^{20}$ protoner

Den elektriska kraften är då

$$|F_E| \approx \frac{(5\times10^{20})^2(1.6\times10^{-19})^2}{4\cdot 3.14\cdot 8.85\times10^{-12}} \approx 6\times10^{13}N$$

På jordytan borde vi då ha en motsvarande gravitationskraft

$$F_G \approx M\cdot g = F_E$$

$\rightarrow$ M $\approx \frac{F_E}{g} \approx 6\times10^{12}$ kg (6 miljarder ton) !!

3.3 Krafternas ömsesidighet

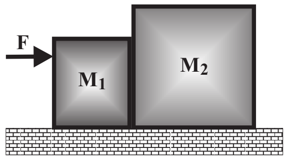
Ifall vi har två kroppar, där kropp A påverkar kropp B med en attraktiv kraft F$_{A\rightarrow B}$, så påverkar kropp B kroppen A med en motsatt riktad lika stor kraft F$_{B\rightarrow A}$. Detta ger *Newtons tredje lag*

$$\boxed{F_{B\rightarrow A} = -F_{A\rightarrow B} \qquad (103)}$$

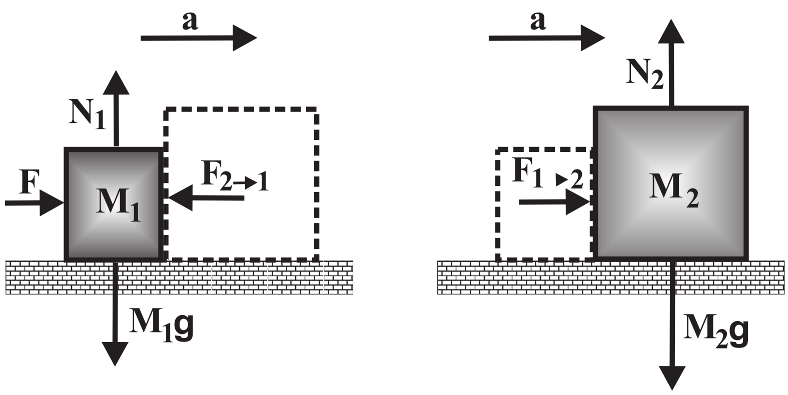
Exempel: En bok som ligger på ett bord påverkas av jordens dragningskraft ($W = mg$). Varför accelereras inte boken neråt?

Boken påverkar bordet med kraften $W = mg$. Newtons tredje lag säger att bordet påverkar boken med en lika stor kraft uppåt, så att summakraften på boken är noll. Vanligtvis kallar man kraften som bordet påverkar boken till *normalkraften N*

Exempel: I figuren påverkar en kraft F massan M_1 som ligger tätt intill en större massa M_2. Vad är de horisontella krafterna som de enskilda massorna påverkar varandra med och vad är accelerationen för massystemet? Försumma friktionen.



För att svara på detta, ritar vi krafterna som påverkar de enskilda massorna



De totala horisontella krafterna på M_1 och M_2 är $F1_{tot} = F + F_{2\to1}$, respektive $F2_{tot} = F_{1\to2}$. Newtons tredje lag säger vidare att $F_{1\to2}$ = - $F_{2\to1}$. Vi får då att accelerationen för M_2 blir:

$$a = \frac{F2_{tot}}{M_2} = \frac{F_{1\to2}}{M_2}$$

Detta ger då att

$$F_{1\to2} = M_2 a$$

vilket genom insättning i summakraften för massa 1 ger

$$F1_{tot} = F + F_{2\to1} = F - F_{1\to2} = F - M_2 a = M_1 a$$

vilket slutligen ger accelerationen och krafterna för systemet

$$\begin{aligned} a &= \underline{\underline{\frac{F}{M_1 + M_2}}} \\ F_{1\to2} &= -F_{2\to1} = \underline{\underline{\frac{M_2}{M_1 + M_2} F}} \end{aligned}$$